

A2a mintavizsga

1. Mit mond ki az algebra alaptétele? (3 pont)
2. Mit jelent, hogy egy mátrix diagonalizálható? (3 pont)
3. Mit állít a minoráns kritérium? (3 pont)
4. Hogyan számolhatjuk ki egy test tömegközéppontját homogén tömegeloszlás esetén? (3 pont)
5. A  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  komplex szám  $n$ -edik hatványa (3 pont)

(a)  $r^n(\cos(\varphi^n) + i \sin(\varphi^n))$

(b)  $r^n(\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$

(c)  $\sqrt[n]{r} \left( \cos \left( \frac{\varphi+2k\pi}{n} \right) + i \sin \left( \frac{\varphi+2k\pi}{n} \right) \right)$

6. Számoljuk ki az alábbi integrált! (6 pont)

$$\int_2^{\infty} e^{-3x} dx$$

7. Legfeljebb hány lineárisan független vektort választhatunk ki a következő vektorok közül? (7 pont)

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

8. Határozzuk meg a következő mátrix inverzét! (9 pont)

$$\begin{bmatrix} -8 & 4 & 2 \\ 7 & -3 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

9. Határozzuk meg az  $f(x) = \frac{x}{7x^2 - 3}$  függvény  $x_0 = 0$  körüli Taylor-sorát, és annak konvergenciatartományát is! (7 pont)

10. Számítsuk ki az  $f(x, y) = \frac{3e^{y-3}}{\sqrt{2x+1}}$  függvény iránymenti deriváltjának a minimumát a  $P(4, 3)$  pontban. (7 pont)

11. Számítsuk ki a  $(0, 0, 0), (2, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 5)$  csúcsú tetraéder térfogatát integrálással. (9 pont)