

6. gyakorlat

Komplex számok, sajátértékek, sajátvektorok

F1. Legyen $z_1 = 3 + 2i$ és $z_2 = 1 - 3i$. Számoljuk ki az alábbiakat:

$$z_1 + z_2, \quad z_1 - z_2, \quad z_1 z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}, \quad \overline{z_1}, \quad |z_1|.$$

F2. Legyen $z = -1 + i$. Írjuk fel trigonometrikus alakban, majd számoljuk ki a negyedik hatványát és a harmadik gyökeit.

F3. Keressük meg a $z^2 - 6z + 13 = 0$ polinom gyökeit a komplex számok körében.

F4. Határozza meg az alábbi mátrixok sajátértékeit és sajátvektorait.

$$(a) \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad (b) \begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

F5. Tudjuk, hogy az $A = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ a & 4 \end{bmatrix}$ mátrix egyik sajátvektora $\mathbf{v}_1 = (1, 2)$. Határozza meg az a paraméter értékét, a sajátértékeket, és a másik sajátvektort.

Opcionális

F6. Ábrázoljuk a komplex számsíkon a következő számhalmazokat.

$$(a) \operatorname{Im}(z + i) > 2 \quad (b) |2z + 3| > 4.$$

F7. Határozza meg a $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ mátrix *komplex* sajátértékeit és sajátvektorait.