1. gyakorlat
Improprius integrálok

F1. Számítsa ki az alábbi *első típusú* improprius integrálokat:

(a) $\displaystyle\int_3^{+\infty} \frac{1}{(1-x)^3}\,\mathrm{d}x,$ (b) $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{6}{x^2+x-2}\,\mathrm{d}x,$

(c) $\displaystyle\int_0^{+\infty} xe^{-2x}\,\mathrm{d}x.$

F2. Számítsa ki az alábbi *második típusú* improprius integrálokat:

(a) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}}\,\mathrm{d}x,$ (b) $\displaystyle\int_{-2}^{0} \frac{6}{\sqrt{4+2x}}\,\mathrm{d}x,$

(c) $\displaystyle\int_0^{2} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\,\mathrm{d}x.$

F3. Legyen

$$f_\lambda(x) := \lambda e^{-\lambda x} \qquad (x \in [0,+\infty)),$$

ahol $\lambda > 0$ adott paraméter. Szemléltesse az f_λ függvényt $\lambda = 1$ és $\lambda = 2$ esetén, és mutassa meg, hogy az f_λ grafikonja alatti terület a $[0,+\infty)$ intervallumon minden $\lambda > 0$ esetén 1-gyel egyenlő, azaz

$$\int_0^{+\infty} f_\lambda(x)\,\mathrm{d}x = 1 \quad \text{minden } \lambda > 0 \text{ számra.}$$

Opcionális

F4. Legyen

$$f(x) := \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & \text{ha } x \in [a,b] \\ 0, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus [a,b]. \end{cases}$$

Számítsa ki a következő integrálokat:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x, \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x.$$