

## 13. gyakorlat

### Hármas integrálok

**F1.** Számítsuk ki az alábbi háromváltozós függvények integrálját a megadott tér-  
részben:

(a)  $f(x, y, z) = x^2 + y - z$ ,  $0 \leq x \leq 2$ ;  $0 \leq y \leq 1$ ;  $0 \leq z \leq 3$

(b)  $f(x, y, z) = x - 2y + 4z$ ,  $x = 0$ ;  $y = 0$ ;  $z = 0$ ; és  $x + y + z = 1$  síkok  
közötti rész

**F2.** Alkalmas koordináták bevezetésével határozzuk meg a felületek által határolt,  
illetve az egyenlőtlenségek által meghatározott tartományok térfogatát:

(a)  $z = 4 + x + 2y$ ,  $z = 0$ ,  $x^2 + y^2 = 1$

(b)  $0 \leq z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

(c)  $0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $x^2 + y^2 \leq 4$

(d)  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ ,  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2}$

(e)  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z = 6 - x^2 - y^2$