10. gyakorlat
Iránymenti derivált, láncszabály

F1. Számítsa ki az alábbi kétváltozós függvények iránymenti deriváltját az adott pontban.

(a) $f(x, y) = 2x^2 - 3xy + y^2 + 15 \quad P(3, 2); \quad \mathbf{v} = (2, -4)$

(b) $f(x, y) = \mathrm{tg}(2x + y) \quad P\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right); \quad \alpha = 225°$

F2. Legyen $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 4y}$. Számítsuk ki a $P(4, 3)$ pontban az iránymenti derivált minimumát és maximumát!

F3. Az $f(x, y) = \dfrac{y^3}{e^{2x+1}}$ képlettel megadott felületre a $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ pont fölött egy vízcseppet ejtünk. Merre fog elindulni? Mekkora az adott pontban a maximális meredekség?

F4. Írjuk fel az $f(x, y, z) = (x + 2yz, \sqrt{x} + \ln z)$ függvény $(4, 3, 1)$ pontbeli Jacobi-mátrixát.

F5. Legyen $f(x, y) = 3x^2y$, és $x(t) = \sin(t)$, $y(t) = \ln t$. Határozzuk meg az $f(x(t), y(t))$ függvény deriváltját a többváltozós láncszabály segítségével.